

עבודת קיץ לתלמידים המסיימים כיתה י' 4 יחידות

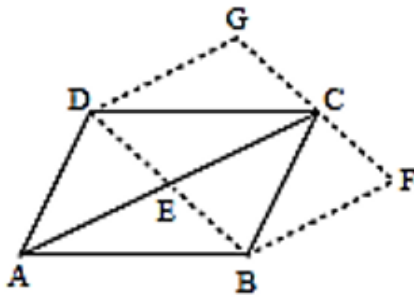
תלמידים יקרים, לפניכם עבודה בנושאי לימוד שנלמדו השנה. עליכם לשקוד עליה ולבצעה. אני ממליצה לכם כל יום לעשות קצת ולא להשאיר הכול לרגע האחרון... את העבודה שלפניכם יש להגיש בשבוע הראשון של שנת הלימודים ובתחילת שנה יתקיים מבחן בו תיבחנו על נושאים מתוך העבודה. הגשת העבודה הינה חובה לכל תלמידי הכיתה!!!

בעבודה שלפניך יש לענות על התרגילים לפי ההנחיות הבאות:

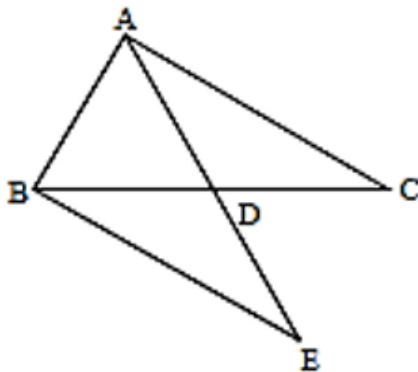
פרק הנושאים

- | | | |
|----|----------------|---|
| א | גיאומטריה | בחרו 15 תרגילים מתוך הפרק |
| ב | טריגונומטריה | בחרו 15 תרגילים מתוך הפרק |
| ג | אנליטית | בחרו 15 תרגילים מתוך שני החלקים בפרק זה.
עליכם לפתור לפחות שאלה אחת מחלק ב'
(בגרורות) |
| ד. | חקירת פונקציות | בחרו 8 תרגילים מתוך הפרק |

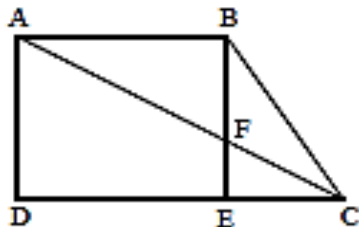
נספח: דף נוסחאות 4 יחידות



1. המרובעים ABCD ו-BFGD הם מקבילים.
נתון: $CG = CF$ (C על הקטע GF).
א. הוכח: המרובע ECGD הוא מקבילית.
ב. הוכח: אם המקבילית ABCD היא מעוין, אז המרובע ECGD הוא מלבן.

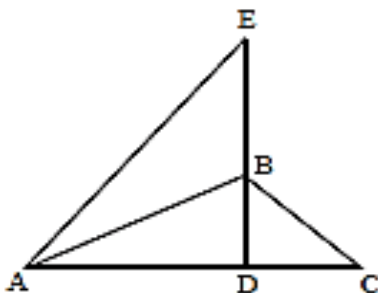


2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC, כך ש- $\angle ADB < 90^\circ$.
נקודה E נמצאת על המשך הקטע AD כך שמתקיים $AD = DE$, $AC = BE$.
א. הוכח: AD תיכון ל-BC במשולש ABC.
ב. הוכח: $S_{ABD} = S_{BDE}$.

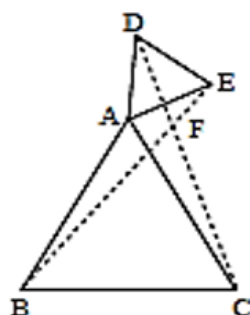


3. לפינת טרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).
BE הוא הגובה לבסיס DC.
האלכסון AC חוצה את הזווית BCD, וחיתך את הגובה BE בנקודה F.
נתון: $\frac{BC}{EC} = 2$, $S_{EFC} = 4$ סמ"ר.
א. חשב את שטח המשולש ABF.
ב. חשב את שטח המלבן ABED.

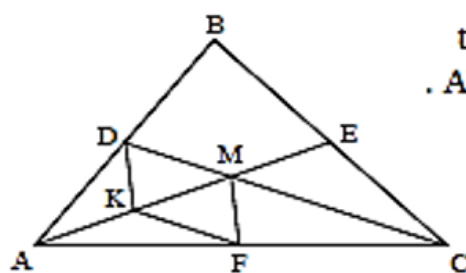
תשובה: א. 16 סמ"ר. ב. 48 סמ"ר.



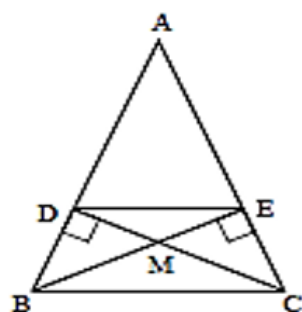
4. במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD.
נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD, כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
נתון: $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$.
א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.
ב. היעזר בנתונים ובסעיף א', והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.



5. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים
שווי-צלעות. הקטעים BE ו- CD
נחתכים בנקודה F .
א. הוכח: $BE = CD$.
ב. הוכח: $\angle ACD = \angle ABE$.
ג. חשב את הזווית BFC .
תשובה: ג. 60° .

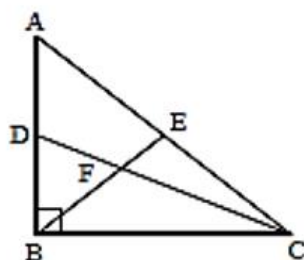


6. התיכונים AE ו- CD במשולש ABC נפגשים
בנקודה M . נקודה K היא אמצע הקטע AM .
 F היא נקודה על הצלע AC
כך ש- $KF \parallel DC$ (ראה ציור).
א. הוכח: $2KF = MC$.
ב. הוכח: המרובע $KDMF$ הוא מקבילית.

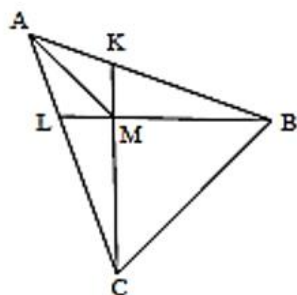


7. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$),
 BE ו- CD הם גבהים לשוקיים.
 M היא נקודת המפגש בין הגבהים.
א. (1) הוכח כי $BD = EC$.
(2) הוכח כי $DE \parallel BC$.
ב. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$.
מצא את היחס $\frac{DM}{MC}$.

תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.

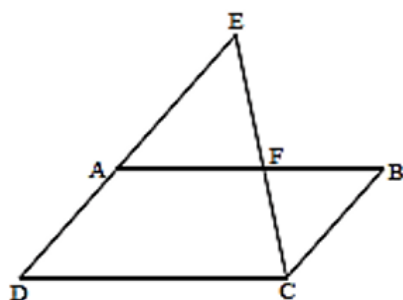


8. משולש ABC הוא משולש ישר-זווית
($\angle ABC = 90^\circ$). BE הוא תיכון לצלע AC ,
ו- CD הוא תיכון לצלע AB .
התיכונים BE ו- CD נחתכים בנקודה F .
א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.
ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC
להיקף המשולש EFD .
ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC ,
והנקודה N היא אמצע הקטע FB .
הוכח כי המרובע $DEMN$ הוא מקבילית.
תשובה: א. $\frac{1}{3}$. ב. 2.



9. במשולש ABC נתון: $AB=AC$, $AK=AL$.
 M היא נקודת המפגש בין הקטעים CK ו- BL .
 א. הוכח: (1) $LB=KC$.
 (2) $MK=ML$.
 (3) $\angle MAC = \angle MAB$.
 ב. נתון: $\frac{CM}{MK} = \frac{7}{3}$. מצא את היחס $\frac{AB}{AL}$.

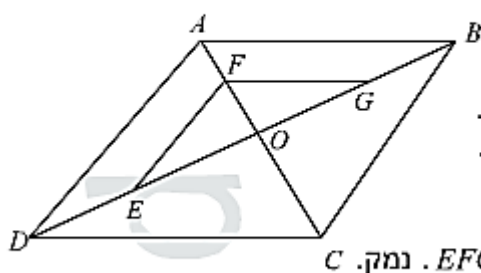
תשובה: ב. $\frac{7}{3}$.



10. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית (ראה ציור).
 א. הוכח: $\frac{BF}{FA} = \frac{AD}{AE}$.
 ב. (1) הוכח: $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AD}{AE}$.
 (2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב' (1),
 והוכח: $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle BEF}$.

11 קיץ 2008 מועד ב'

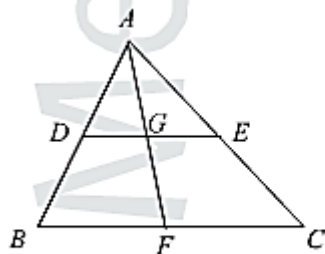
א. הוכח כי תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים ששטחיהם שווים.



- ב. במקבילית $ABCD$ האלכסונים נפגשים
 בנקודה O .
 EF הוא קטע אמצעים במשולש ADO .
 FG הוא קטע אמצעים במשולש ABO .
 (ראה ציור).
 נתון כי שטח מקבילית $ABCD$ הוא S .
 הבע באמצעות S את שטח המשולש EFG . נמק. C

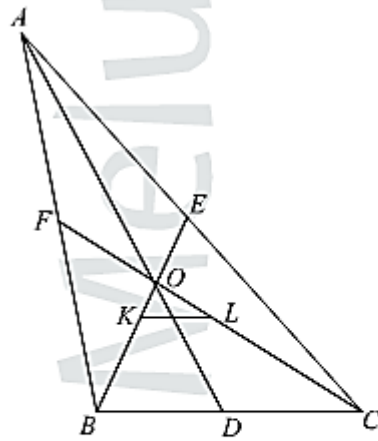
פתרון: א. הוכחה ב. $S_{\triangle EFG} = 0.125S$

12 חורף 2002 (משפט תאלס)



- במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC .
 הקטע AF חותך את הקטע DE בנקודה G .
 א. הוכח $BF \cdot GE = DG \cdot FC$.
 ב. נתון: 4 ס"מ DG , 2 ס"מ GE , 9 ס"מ BC .
 חשב את היחס בין שטח הטרפז $BDGF$
 לבין שטח הטרפז $FGEC$.

פתרון: ב. 2



3. במשולש ABC התיכונים AD , BE ו- CF נפגשים בנקודה O .

נקודה L היא אמצע התיכון CF ,

ונקודה K היא אמצע התיכון BE (ראה ציור).

א. נתון: $BE = 12_{cm}$, $CF = 18_{cm}$.

1. חשב את האורך של הקטע LO ,

ואת האורך של הקטע KO . נמק.

2. חשב את היחס $\frac{LO}{CL}$.

ב. נתון כי שטח המשולש BOD הוא 20 סמ"ר.

מצא את שטח המשולש DOC ,

ואת שטח המשולש KOL . נמק.

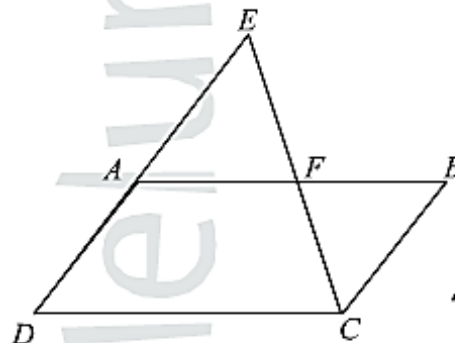
פתרון: א. 1. $LO = 3_{cm}$, $KO = 2_{cm}$ 2. $\frac{LO}{CL} = \frac{1}{3}$

ב. $S_{\triangle DOC} = 20_{cm^2}$, $S_{\triangle KOL} = 2.5_{cm^2}$

14 שאלה 69 מתוך קיץ 2011 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

נתונה מקבילית $ABCD$. F היא נקודה על הצלע AB .

המשך CF נפגש עם המשך DA בנקודה E (ראה ציור).



א. הוכח: $\frac{BF}{FA} = \frac{AD}{AE}$

ב. (1) הוכח: $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AD}{AE}$

(2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב(1)

והוכח: שטח $\triangle BEF$ = שטח $\triangle ADF$

משולש ABC החוסם מעוין $PQRB$.

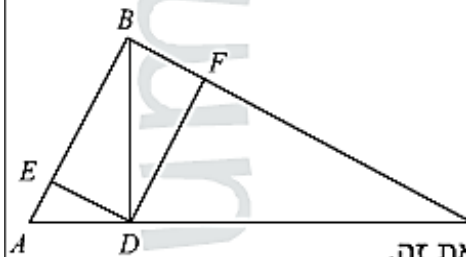
נקודה P מחלקת את הצלע AB

ביחס של $AP:PB=2:3$.

מצא את היחס בין הצלע AB לצלע BC .

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה

שאלה 74 מתוך קיץ 2012 מועד ב' (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



נתון משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BD הוא גובה המשולש ליתר AC.

F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$,

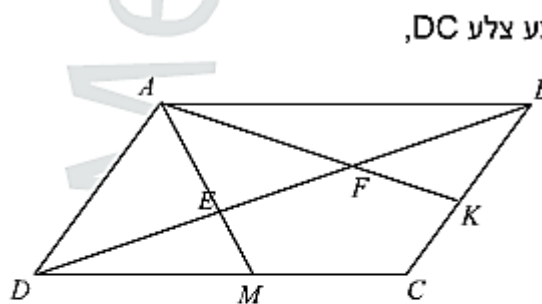
E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$ (ראה ציור).

א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.

ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה

שאלה 67 מתוך קיץ 2010 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



במקבילית ABCD הנקודה M היא אמצע הצלע DC,

והנקודה K היא אמצע הצלע BC.

AM ו-AK חותכים את האלכסון DB בנקודות E ו-F בהתאמה (ראה ציור).

א. (1) הוכח כי $\frac{DE}{EB} = \frac{DM}{AB}$

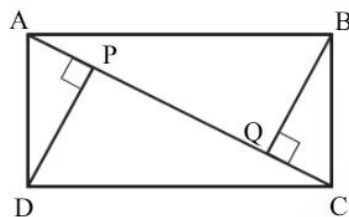
(2) מצא את היחס $\frac{DE}{EB}$. נמק.

ב. הוכח כי $\frac{FB}{DF} = \frac{1}{2}$

ג. נתון כי שטח המשולש MED הוא 8 סמ"ר.

חשב את שטח המשולש AED. נמק.

פתרון: א2. $\frac{1}{2}$ ג. 16 סמ"ר



במלבן ABCD הקטעים BQ ו-DP מאונכים לאלכסון AC (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle APD \sim \triangle BQA$.

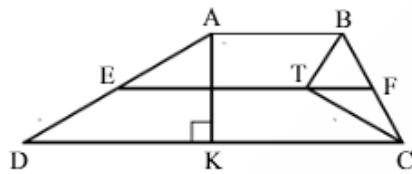
ב. הוכח: $BQ^2 = AP \cdot AQ$.

ג. נתון: $\angle DAP = 64^\circ$.

חשב את היחס בין AP ל-AQ.

תשובה: ג) 0.2379

18.



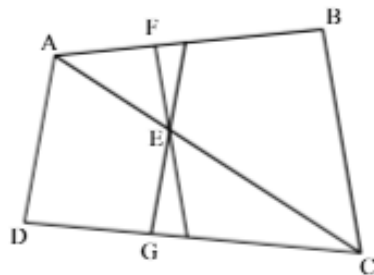
בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חוצה הזווית ABC וחוצה הזווית BCD נפגשים בנקודה T . דרך הנקודה T העבירו ישר המקביל לבסיסים. הישר חותך את השוק BC ואת השוק AD בנקודות F ו- E בהתאמה (ראה ציור).
 א. הוכח: EF הוא קטע אמצעים של הטרפז.
 ב. הוכח: $BT \perp TC$.

AK הוא גובה בטרפז $ABCD$, כמתואר בציור. נתון: $TC = ED$.
 ג. הוכח: $\triangle BTC \sim \triangle AKD$.
 ד. נתון גם: $DK = 6\sqrt{3}$ ס"מ, $BC = 4\sqrt{3}$ ס"מ. מצא את האורך של TC . נמק.

תשובה: ד. 6 ס"מ

19.

במרובע $ABCD$ נקודה E נמצאת על האלכסון AC . דרך נקודה E מעבירים שני ישרים: ישר המקביל לצלע BC וחותך את AB בנקודה F , וישר המקביל לצלע AD וחותך את DC בנקודה G .



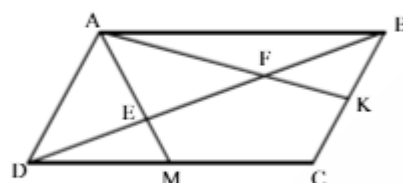
א. הוכח: (1) $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC}$.
 (2) $\frac{EF}{BC} + \frac{EG}{AD} = 1$.
 ב. נתון: $\frac{EF}{BC} = \frac{2}{5}$.
 (1) מצא את היחס $\frac{GC}{DG}$.

(2) מהו היחס בין שטח המשולש AGC לשטח המשולש ADG ? נמק.

תשובה: א. ב. (1) $\frac{3}{2}$, (2) $\frac{3}{2}$.

20.

במקבילית $ABCD$ הנקודה M היא אמצע הצלע DC , והנקודה K היא אמצע הצלע BC . AM ו- AK חותכים את האלכסון DB בנקודות E ו- F בהתאמה.



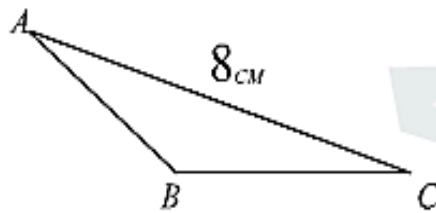
א. הוכח: (1) $\frac{DE}{EB} = \frac{DM}{AB}$.
 (2) מצא את היחס: $\frac{DE}{EB}$. נמק.
 ב. הוכח: $\frac{FB}{DF} = \frac{1}{2}$.

ג. נתון כי שטח המשולש MED הוא 8 סמ"ר. חשב את שטח המשולש AED . נמק.

תשובה:

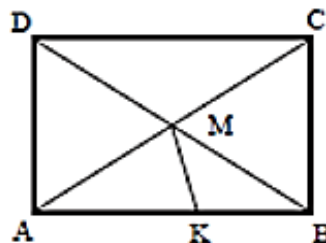
א. (2) $\frac{1}{2}$. ג. 16 סמ"ר.

1 חורף 2002 (כולל שימוש במשפט הקוסינוס)



- במשולש ABC גודל הזווית A הוא 42° .
נתון כי אורך הצלע AC הוא 8 ס"מ,
והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.
א. חשב את אורך הצלע BC.
ב. BD הוא תיכון לצלע AC.
חשב את שטח המשולש BCD.

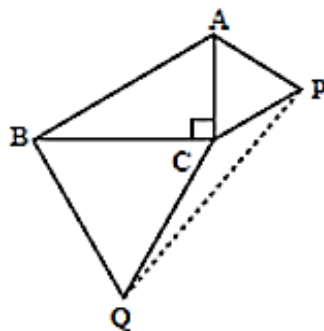
פתרון : א. 6.78 ס"מ ב. 2.38 סמ"ר (פתרון מלא ומודרך באתר מלומד)



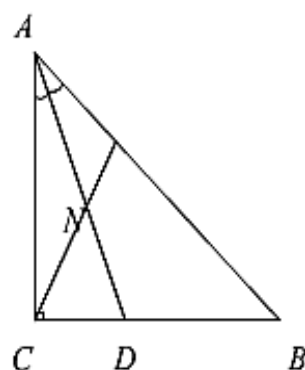
2. במלבן ABCD נתון : $AB = 8.4$ ס"מ ,
 $AC = 10$ ס"מ , $AM = AK$,
חשב את אורך הקטע MK.
תשובה : 2.828 ס"מ.

3. במשולש ABC נתון : $AB = 6$ ס"מ , $BC = 10$ ס"מ , $\angle ACB = 30^\circ$.
חשב את אורך הצלע AC.

תשובה : 5.344 ס"מ או 11.98 ס"מ.



4. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$)
נתון : $AB = 28.3$ ס"מ , $\angle ABC = 32^\circ$.
על הניצבים AC ו-BC בנו משולשים
שווי-צלעות ACP ו-BCQ.
חשב את אורך הקטע PQ.
תשובה : 37.74 ס"מ.



במשולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$)

CE הוא גובה ליתר, ו AD חוצה את הזווית CAB .

AD ו CE נחתכים בנקודה (ראה ציור).

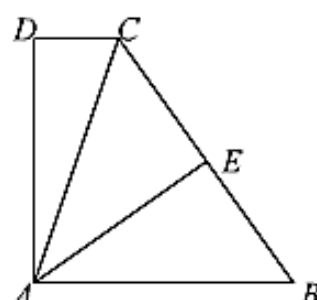
נתון: 18 ס"מ $AC = m$, $\angle CAB = 50^\circ$.

א. מצא את אורך הקטע AE .

ב. מצא את אורך הקטע ND .

פתרון: א. 11.57 ס"מ ב. 7.09 ס"מ

6. חורף 1999



בטרפז ישר זווית $ABCD$ ($\angle DAB = 90^\circ$),

E היא אמצע השוק BC .

אורך האלכסון הטרפז AC שווה לאורך הבסיס הגדול AB (ראה ציור).

הזווית B שליד הבסיס הגדול היא בת 54° ,

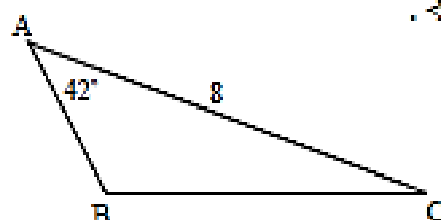
ואורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

מצא את אורך השוק AD

פתרון: $AD = 11.756$ ס"מ

7. אורך צלע במשולש הוא 15 ס"מ ואחת הזוויות שלידה היא 68° . אורך חוצה-זווית זו הוא 11 ס"מ. חשב את האורך של שתי הצלעות האחרות.

תשובה: 15.26 ס"מ, 11.90 ס"מ.



8. במשולש ABC נתון: 8 ס"מ $AC = m$, $\angle A = 42^\circ$.

והצלע BC ארוכה ב- 5 ס"מ מהצלע AB .

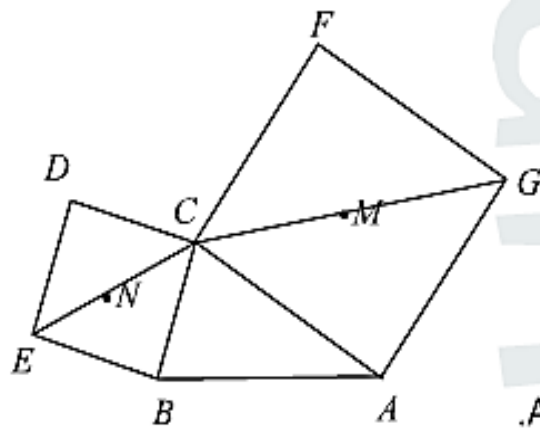
א. חשב את אורך הצלע BC .

ב. BD הוא תיכון לצלע AC .

חשב את שטח המשולש BCD .

תשובה: א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

קיץ 2016 (שאלון 804 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$).
על השוק AC בנו קיבוע $ACFG$ שאלכסונו
נחתכים בנקודה M .

על הבסיס BC בנו ריבוע $BCDE$ שאלכסונו
נחתכים בנקודה N (ראה ציור).

נתון: $AB = AC = 6$ ס"מ
 $BC = 4$ ס"מ

א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע $ACFG$,
ואת אורך האלכסון של הריבוע $BCDE$.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC .

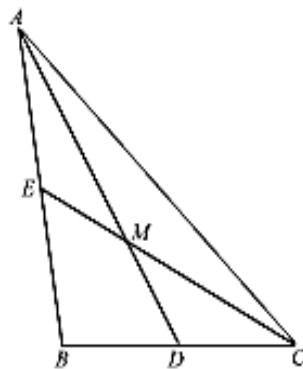
ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN .

ד. מצא את אורך הקטע AN .

פתרון: א. 8.49 ס"מ, 5.66 ס"מ ב. 70.53° ג. 7.66 סמ"ר ד. 7.66 ס"מ

קיץ 2016 מועד ב' (שאלון 804 בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

10



AD ו- CE הם תיכונים במשולש ABC
הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\angle CMD = 40^\circ$

א. חשב את אורכי הקטעים: MD , MC .

ב. חשב את אורך הצלע BC .

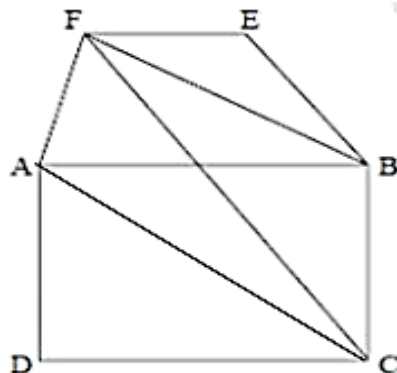
ג. חשב את גודל הזווית $\angle MCD$.

ד. חשב את שטח המשולש ADB .

פתרון: א. $MD = 4$ ס"מ, $MC = 6$ ס"מ ב. 7.81 ס"מ ג. 41.21°
ד. 23.14 סמ"ר

בגרות 2006 מועד ב'

11



על הצלע AB במלבן $ABCD$ בנו טרפז $ABEF$ (ראה ציור).
נתון:

$\angle FEB = 138^\circ$, $FE = 14$ סמ, $EB = 18$ סמ,

$DC = 22$ סמ, $AC = 30$ סמ

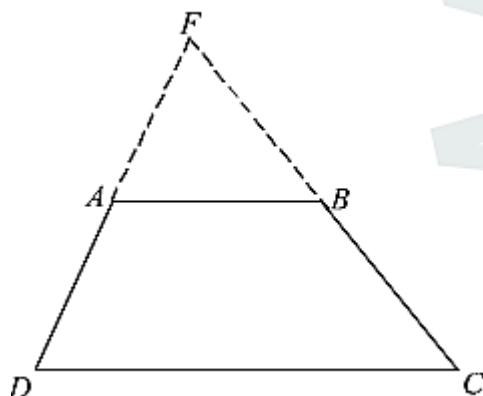
חשב את:

א. האורך של FB

ב. גודל הזווית FBC

ג. האורך של FC .

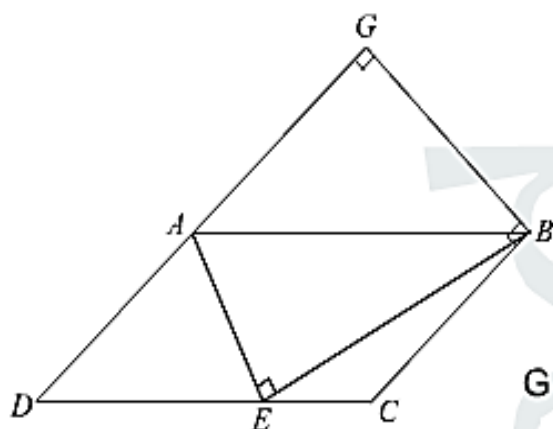
פתרון: א. 29.90 ס"מ ב. 113.75° ג. 42.45 ס"מ



בציור שלפניך טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).
 נתון: $AB = 10$ ס"מ
 $DC = 22$ ס"מ
 $AD = 13$ ס"מ
 $\angle BCD = 60^\circ$

- א. חשב את היקף הטרפז.
 ב. המשכי השוקיים של הטרפז נפגשים בנקודה F .
 חשב את אורך הקטע FB .

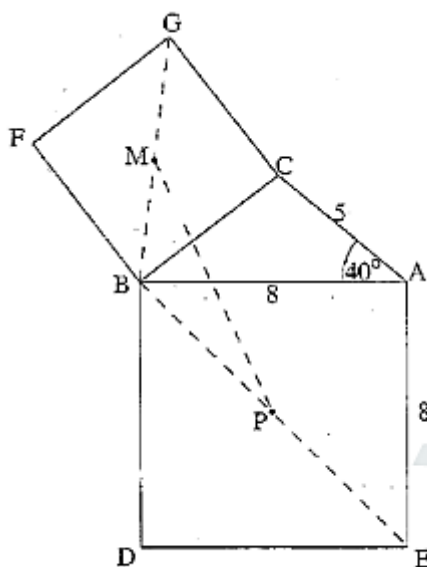
פתרון: א. 58.81 cm ב. 11.48 ס"מ



במקבילית $ABCD$ הנקודה E נמצא על הצלע CD
 כך ש- $\angle AEB = 90^\circ$ (ראה ציור).
 נתון: $\angle ADC = 55^\circ$, $\angle ABE = 15^\circ$,
 $AD = 11$ ס"מ

- א. חשב את אורך הקטע AE .
 ב. האריכו את הצלע DA עד לנקודה G וחיברו את G
 עם B כך ש- $\angle AEB = 90^\circ$ (ראה ציור).
 חשב את שטח המשולש AGB .

פתרון: א. 9.328 ס"מ ב. 305.13 סמ"ר



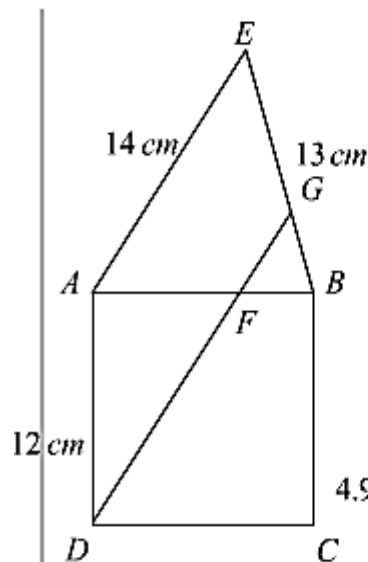
על הצלע BC של המשולש ABC בנו ריבוע $BCGF$.
 על הצלע AB של המשולש בנו ריבוע $ABDE$.
 אלכסוני הריבוע $BCGF$ נפגשים בנקודה M ,
 ואלכסוני הריבוע $ABDE$ נפגשים בנקודה P .
 (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 40^\circ$
 $AB = 8$, $AC = 5$

- א. מצא את גודל הזווית $\angle CBA$.
 ב. מצא את גודל הזווית $\angle MBP$.
 ג. מצא את אורכי הצלעות במשולש BMP .

פתרון: א. $\angle CBA = 37.62^\circ$ ב. 127.62° ג. 3.722 ס"מ, 5.65 ס"מ, 8.45 ס"מ

15 שאלה 37 מתוך חורף 2011 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

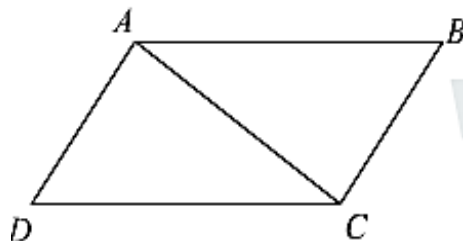


על צלע הריבוע ABCD בנו משולש חד זוויות $\triangle ABE$.
 דרך הקודקוד D העבירו ישר המקביל ל- AE .
 וחותר את AB בנקודה F ואת BE בנקודה G,
 כמתואר בציור.
 נתון: $AE=14$, $BE=13$, האורך של צלע הריבוע הוא 12 ס"מ.

- א. מצא את זוויות המשולש $\triangle FGB$.
 ב. מצא את האורך של FB .

פתרון: א. $\angle B_1 = 67.97^\circ$, $\angle G_1 = 52.62^\circ$, $\angle F_1 = 59.41^\circ$ ב. 4.906

16 חורף 2010 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)

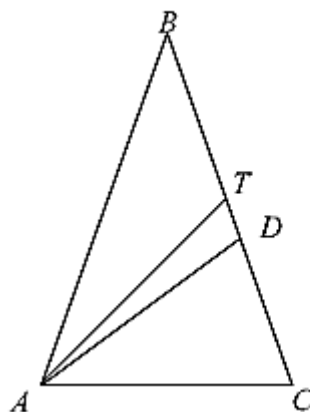


במקבילית ABCD (ראה ציור)
 נתון: $AC=AD=16$ ס"מ
 $\angle BAD = 140^\circ$

- א. (1) חשב את האורך של הצלע DC.
 (2) חשב את האורך של האלכסון DB.
 ב. AE הוא הגובה ל-DB במשולש ABD.
 מצא את האורך של AE.

פתרון: א. 1. 24.51 ס"מ 2. 38.17 ס"מ ב. 6.6 ס"מ

17 קיץ 2010 (בגרות במתמטיקה 4 יחידות)



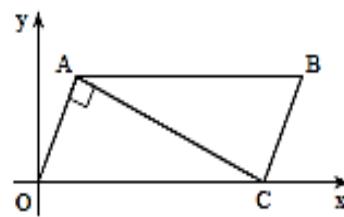
במשולש שווה שוקיים ABC ($AB=BC$).
 זווית הבסיס היא 72° , ואורך הבסיס AC הוא 10 ס"מ.
 AD חוצה זווית BAC, ו-AT תיכון לשוק BC (ראה ציור).

- א. (1) חשב את האורך של השוק במשולש ABC.
 (2) חשב את אורך התיכון AT.
 ב. חשב את גודל הזווית TAD.

פתרון: א. 1. 16.18 2. 10.744 ב. $\angle TAD = 9.73^\circ$

7. המשולש ABC הוא ישר-זווית. משוואת היתר AC היא $y = -\frac{1}{3}x + 7$ ומשוואת הניצב BC היא $y = 2x$. הנקודה $D(-2;1)$ נמצאת על הניצב AB.
 א. מצא את שיעורי הקדקוד A.
 ב. מצא את משוואת הגובה ליתר AC.
תשובה: א. $(-42;21)$. ב. $y = 3x$.
8. במשולש ישר-זווית ABC, הזווית ACB היא ישרה. נתון: $A = (0;6)$, $B = (21;9)$, והקדקוד C נמצא על ציר ה-x. מהם שיעורי הקדקוד C?
 מצא את שני הפתרונות האפשריים, C_1 ו- C_2 .
תשובה: $(3;0)$ או $(18;0)$.
9. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון: $C(-1;14)$, $B(3;16)$.
 א. מצא את שיעורי הקדקוד A, אם נתון שהוא נמצא על הישר $y = 9$.
 ב. מצא את משוואת הגובה לשוק AC.
תשובה: א. $(4;9)$. ב. $y = x + 13$.
10. ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ($\angle C = 90^\circ$). נתון: $B(4;1)$, $C(8;3)$.
 א. מצא את משוואת הניצב AC.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה A (שני פתרונות).
תשובה: א. $y = -2x + 19$. ב. $(6;7)$ או $(10;-1)$.
11. במקבילית ABCD משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x + 7$ ומשוואת הצלע AD היא $y = -2x - 7$. אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה $(3;4.5)$.
 מצא את שיעורי קדקודי המקבילית.
תשובה: $A(-6;5)$, $B(9;10)$, $C(12;4)$, $D(-3;-1)$.

12. נתונה מקבילית OABC. קדקוד O בראשית הצירים. משוואת הצלע AB היא $y=4$. נתון: $\angle OAC=90^\circ$, $C(10;0)$.



- א. מצא את שיעורי A של הקדקוד A (רשום את שתי האפשרויות).
 ב. חשב את שטח המקבילית, עבור כל אחת מהאפשרויות שמצאת בסעיף א'.

תשובה: א. $(2;4)$ או $(8;4)$. ב. 40 יח"ר או 40 יח"ר.

13. ABCD הוא מלבן ששנייה מקדקודיו הם $A(1;2)$ ו- $B(-1;-2)$.

האלכסון AC נמצא על הישר $7x+ky=15$.

- א. מצא את הערך של k.
 ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המלבן.

תשובה: א. 4. ב. $D(7;-1)$, $C(5;-5)$.

14. ABCD הוא מלבן ששנייה מקדקודיו הם $A(-3;-2)$ ו- $D(-4;2)$.

אורך הצלע AB הוא $2\sqrt{17}$.

- א. מצא את שיעורי הקדקוד B. רשום את שתי האפשרויות.
 ב. מצא את שיעורי הקדקוד C. רשום את שתי האפשרויות.

תשובה: א. $(5;0)$ או $(-11;-4)$. ב. $(4;4)$ או $(-12;0)$.

15. במעוין ABCD, שנייה מהקדקודים הם $A(3;1)$ ו- $B(7;4)$. משוואת

האלכסון AC היא $y=2x-5$. מצא את שיעורי הקדקודים C ו- D.

תשובה: $D(3;6)$, $C(7;9)$.

16. במעוין ABCD האלכסון AC מונח על הישר $y=2x-8$, הצלע AB

מונחת על הישר $y=-8x+2$. אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה- x.

א. מצא את קדקודי המעוין.

ב. חשב את שטח המעוין.

תשובה: א. $A(1;-6)$, $B(0;2)$, $C(7;6)$, $D(8;-2)$. ב. 60.

17. שני קדקודים סמוכים של ריבוע הם בנקודות $A(1;4)$ ו- $B(3;4)$.

א. מצא את משוואת הצלע BC.

ב. מצא את שיעורי הקדקוד C (שתי אפשרויות).

תשובה: א. $x=3$. ב. $(3;6)$ או $(3;2)$.

18. קדקודי המרובע ABCD הם: $A(8;6)$, $B(12;4)$, $C(11;1)$, $D(5;4)$.

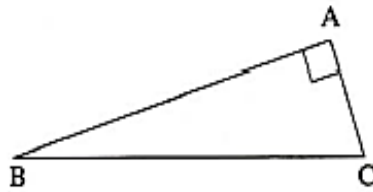
א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.

ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.

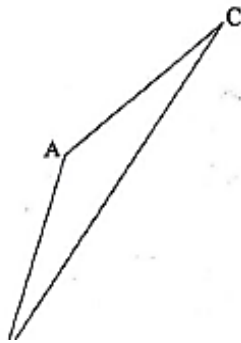
ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: א. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

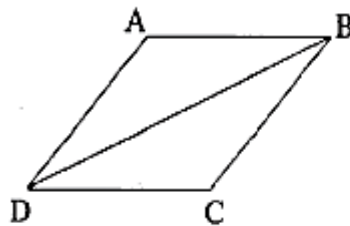
אנליטית חלק ב' - תרגול מבגרויות:



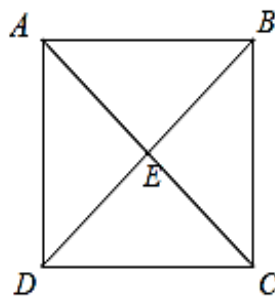
- (1) נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle A = 90^\circ$), שבו הצלע BC מקבילה לציר ה- x (ראה ציור). משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x$. שיעור ה- x של קדקוד B הוא 3. שיעור ה- x של קדקוד C גדול ב-1 משיעור ה- x של קדקוד A .
 א. מצא את שיעורי הקדקודים של המשולש ABC .
 ב. חשב את שטח המשולש ABC .



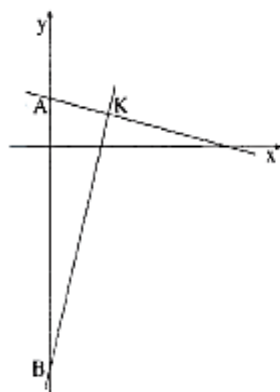
- (2) נתון משולש שווה-שוקיים ABC שבו $AB = AC$ (ראה ציור). שיעורי הקדקוד B הם $(1, 0)$. שיפוע הישר BC הוא 1. משוואת הישר AC היא $x - 3y + 9 = 0$.
 א. מצא את השיעורים:
 1. של הקדקוד C .
 2. של הקדקוד A .



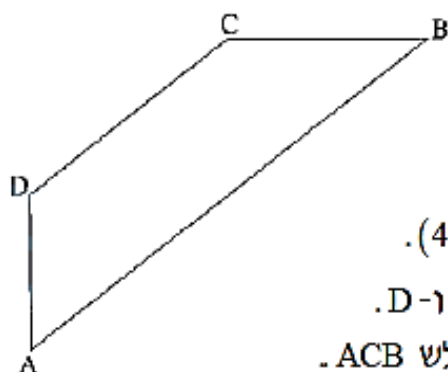
- (3) נתון מעוין $ABCD$ (ראה ציור). שיעור קדקוד A הם $(1, 2)$. משוואת האלכסון BD היא $x - 2y - 2 = 0$.
 א. 1. מצא את משוואת האלכסון AC .
 2. מצא את השיעורים של קדקוד C .
 ב. אורך האלכסון BD הוא $4\sqrt{5}$. מצא את האורך של צלע המעוין.
 ג. מצא את משוואת הישר AB , אם נתון כי קדקוד B נמצא ברביע הראשון.



- (5) אלכסוני הריבוע $ABCD$ נפגשים בנקודה E (ראה ציור). שיעור הקדקוד A הם $(1, -7)$. משוואת האלכסון BD היא $x + 3y = 0$.
 א. 1. מצא את השיפוע של האלכסון AC .
 2. מצא את שיעורי הנקודה E .
 ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.
 ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.



- 7) דרך נקודה K עוברים שני ישרים החותכים את ציר ה- y בנקודות A ו-B, כמתואר בציור. אורך הקטע AB הוא 17. משוואת הישר BK היא $y = 4x - 14$.
- מצא את שיעורי הנקודה A.
 - נתון גם כי שטח המשולש AKB הוא 34. מצא את שיעורי הנקודה K.



10) נתון טרפז ABCD ($AB \parallel DC$), ראה ציור.

משוואת הצלע AB היא $y = \frac{3}{4}x - 6$.

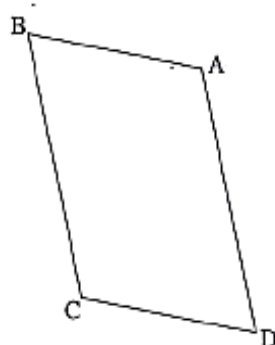
משוואת הצלע AD היא $x = -8$.

שיפוע הצלע CB הוא 0. שיעור הקדקוד C (4,6).

א. מצא את השיעורים של הקדקודים A, B ו-D.

ב. 1. מצא את אורך הגובה לצלע BC במשולש ACB.

2. מצא את שטח המשולש ACB.



14) נתונה מקבילית ABCD (ראה ציור).

הצלע AB מונחת על הישר $y = -\frac{1}{3}x + 6$.

הצלע AD מונחת על הישר $y = -5x + 20$.

אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה (2,3).

א. מצא את השיעורים של קדקוד C.

ב. מצא את השיעורים של קדקוד B

ואת השיעורים של קדקוד D.

(1) א. $A(12,4)$, $B(3,1)$, $C(13,1)$ ב. 15 יחידות שטח ג. $y = -\frac{4}{3}x + 20$.

(2) א. 1. $C(6,5)$ 2. $A(2.25, 3.75)$ ב. כן.

(3) א. 1. $y = -2x + 4$ 2. $C(3, -2)$ ב. 5 יחידות אורך ג. $y = 2$.

(4) א. $y = -x + 10$ ב. 1. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 4$ ג. 4 יחידות שטח.

(5) א. 1. $m_{AC} = 3$ 2. $E(3, -1)$ ב. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 40$ ג. $\sqrt{80}$ יחידת שטח.

ד. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 20$.

(6) א. $x^2 + y^2 = 2$ ב. 1. $y = -x$ 2. $y = x - 2$ ג. $(4, 2)$ ד. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$.

(7) א. $A(0, 3)$ ב. $K(4, 2)$ ג. 2. $x^2 + (y+5.5)^2 = 72.25$.

(9) א. $y = 0.75x - 1.25$ ב. $m(-5, -5)$ ג. S .

(10) א. $A(-8, -12)$, $B(16, 6)$, $D(-8, -3)$ ב. 1. 18 יח"ש 2. 108 יח"ש.

(11) א. $a = -4$ ב. $(-4, -2), (1, 3)$ ג. $x = 1, y = -2$.

(12) א. 1. $M(4, 7)$ 2. $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$ ב. 2. 10 יח"ש.

(13) א. $(2, 0)$ ב. $(6, 12)$ ג. $\sqrt{40}$ יח"ש.

(14) א. $C(1, 1)$ ב. $B(0, 6)$, $D(4, 0)$ ג. לא.

(1)

$$y = \frac{6x}{x^2 - x + 1} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2)

$$y = \frac{x^2 + 5}{x^2 + x + 3} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(3)

$$y = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 4} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4)

$$f(x) = \frac{-6x}{x^2 - 6x + 9} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- (1) מצא לאילו ערכי m אין פתרון למשוואה $f(x) = m$.

(5)

נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2+3x}{x-1}$ מצא לגבי הפונקציה:

- תחום הגדרה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .
- נקודות קיצון.
- תחומי עלייה וירידה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את הפונקציה:
 - בנקודה אחת.
 - באף נקודה.
 - בשתי נקודות.

(6)

נתונה הפונקציה $y = \frac{3x+2}{2x-x^2}$

- מצא את תחום ההגדרה.
- מצא את נקודות הקיצון.
- מצא את תחומי העלייה והירידה.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(7)

נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2-4x}{x^2-4x-12}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(8)

נתונה הפונקציה $y = \frac{2x^2+x}{x^2-3x-4}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

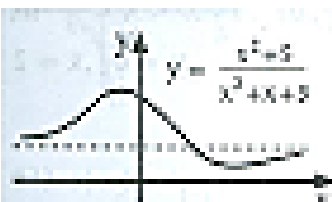
נתונה הפונקציה $y = \frac{2x}{x^2+x-6}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ז. האם ייתכן שיש בעל שיפוע **אי שלילי** משיק לפונקציה? נמק.

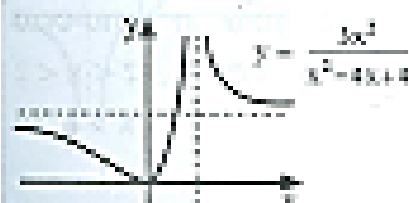


תשובות (חשיבות במקצועות רציונאליזציה):

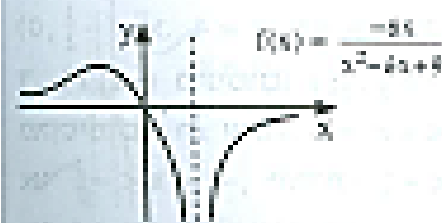
א. כל x ב. $(1, 6)$ מקסימום,
 $(-1, -2)$ מינימום. ג. עולה: $-1 < x < 1$,
 יורדת: $x < -1$ או $x > 1$. ד. $y = 0$ ה. $(0, 0)$.



א. כל x ב. $(0, \frac{5}{2})$ ו. $(-1, 2)$ מקסימום,
 $(5, \frac{30}{11})$ מינימום. ד. עולה:
 $-1 < x < 5$ יורדת: $x < -1$ או $x > 5$.
 ה. $y = 1$ ו. $(2, 1)$.



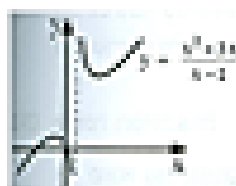
א. $x \neq 2$ ב. $(0, 0)$ מינימום.
 ג. עולה: $0 < x < 2$ יורדת: $x < 0$
 או $x > 2$. ד. $(0, 0)$ ה. $x = 2$
 ו. $y = 3$ ז. $(1, 3)$.



א. $x \neq 3$ ב. $(-3, \frac{1}{2})$ מקסימום,
 $x < -3$ ג. עולה: $-3 < x < 3$
 יורדת: $x > 3$ או $-3 < x < 3$.
 ד. $(0, 0)$ ה. $y = 0$ ו. $x = 3$
 ז. $m > \frac{1}{2}$ ח. (2) טיפים.

[6]

א. $x \neq 1$ ב. $(-1, 0)$ ו. $(0, 0)$ מקסימום.



ה. $(3, 9)$ מינימום, $(-1, 1)$ מקסימום. ת. עולה:
 ג. $-1 < x < 1$ יורדת: $x > 1$ או $x < -1$
 ז. $1 < k < 9$ ח. $k = 9$ ט. $k = 1$ י. $1 < x < 3$
 יא. $k > 9$ או $k < 1$ יב.

[8]

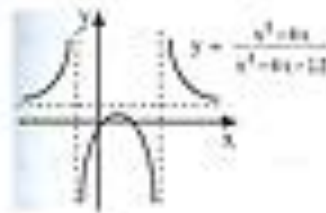
א. $x \neq 2$, $x \neq 0$ ב. $(-2, \frac{1}{2})$ מקסימום,



ג. $(\frac{2}{3}, 4.5)$ מינימום. ד. עולה: $x < -2$
 ו. $\frac{2}{3} < x < 2$ או $x > 2$ יורדת: $-2 < x < 0$
 ז. $(-\frac{2}{3}, 0)$ ה. $0 < x < \frac{2}{3}$ ו. $x = 0$
 ח. $y = 0$ ט. $x = 2$

17

א. $x \neq -2, x \neq 6$ ב. $(0,0), (4,0)$



ג. $x = -2, x = 6, y = 1$ ד. $(2, \frac{3}{4})$

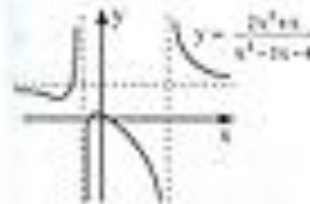
מקסימום. ה. שילה: $x < -2$ וא

$-2 < x < 6$ יורדת: $2 < x < 6$

וא $x > 6$

18

א. $x \neq -1, x \neq 4$ ב. $(0,0)$



ג. $x = -1, x = 4, y = 2$ ד. $(-\frac{1}{2}, 0)$

ה. $(-\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ מקסימום, $(-\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$

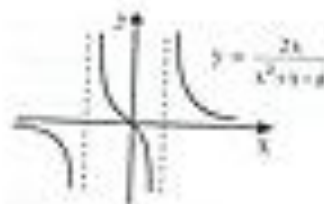
מקסימום. ה. שילה: $-2 < x < -1$

וא $-1 < x < -\frac{2}{3}$ יורדת: $x < -2$ וא

וא $-\frac{2}{3} < x < 4$ וא $x > 4$

19

א. $x \neq -3, x \neq 2$



ב. אין, ג. יורדת: $x \neq -3$

ד. $x \neq 2$ ה. $(0,0)$ ו. $x = 2$

ז. $x = -3, y = 0$ ח. לא

נוסחאות מתמטיקה

4 יחידות לימוד

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \qquad \text{אלגברה:}$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad ; \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

סדרה חשבונית	סדרה הנדסית	סדרות:
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	איבר n-י:
$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{סכום אינסופי:}$	סכום:

חוקות: $(b \neq 0 \quad a \neq 0)$

$$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad ; \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad ; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad ; \quad a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

גדילה ודעיכה:

$$M_t = M_0 \cdot q^t \quad \text{שעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q.}$$

$$\log_a(a^b) = b \quad ; \quad a^{\log_a b} = b \quad ; \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} \quad ; \quad (a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \text{לוגריתמים:}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \quad ; \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \quad ; \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

גאומטרייה אנליטית: שיפוע, m , של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי נקודת האמצע $M(x_M, y_M)$ של קטע שקצותיו $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הם:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad ; \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם $m_1 \cdot m_2 = -1$

משוואת מעגל שמרכזו (a, b) , ורדיוסו R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

הסתברות:

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר ההסתברות

להצלחה היא p : $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ כאשר $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

טריגונומטרייה:

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$; $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha R$ שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

גופים במרחב:

מנסרה ישרה וגליל ישר: נפח: $V = B \cdot h$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P – היקף הבסיס, h – גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} ; (x^t)' = tx^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x ; (\cos x)' = -\sin x ; (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} ; (a^x)' = a^x \cdot \ln a ; (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלה פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2} \quad \text{נגזרת של מנת פונקציות}$$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

כאשר $u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו- $f(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית).

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C ; (t \text{ ממשי}, t \neq -1) \int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad \text{אינטגרלים}$$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$